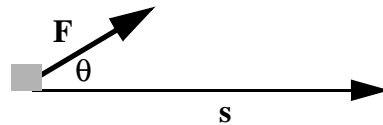


Arbeit und Energie

Arbeit-Energie Satz

Arbeit bei konstanter Kraft

- keine Richtung
⇒ skalare Größe
- Arbeit = Kraft x Weg
⇒ Einheit: Nm = J (Joule)
- Arbeit ändert die Bewegung
⇒ Verschiebung = 0: keine Arbeit
- Arbeit bei konstanter Kraft F
 $W = (F \cos \theta) s$



Beispiel: Mountain Bike

- Gewicht W und Normalkraft F_N
- Welche dieser Kräfte leistet positive, negative, oder keine Arbeit

Normalkraft

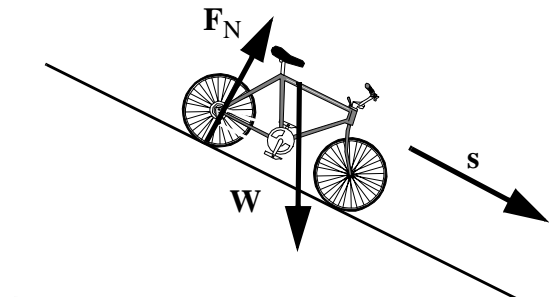
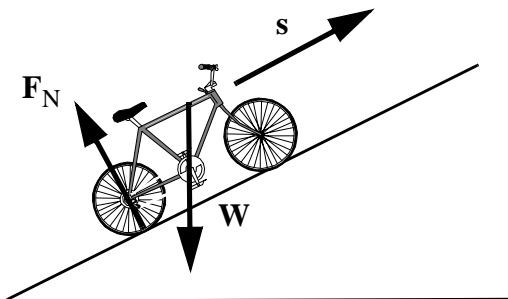
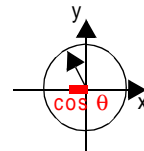
Kraft steht normal auf den Weg

$\cos 90 = 0 \Rightarrow$ Arbeit = 0

Gewichtskraft

bergauf: $\theta > 90$, $\cos \theta < 0 \Rightarrow$ Arbeit ist negativ

bergab: $\theta < 90$: $\cos \theta > 0 \Rightarrow$ Arbeit ist positiv



Arbeit und Energie

- 2. Newton'sche Gesetz, mal s

$$Fs = mas$$

- drücke Verschiebung über die Anfangs- und Endgeschwindigkeit aus

$$(v_f^2 = v_0^2 + 2as)$$

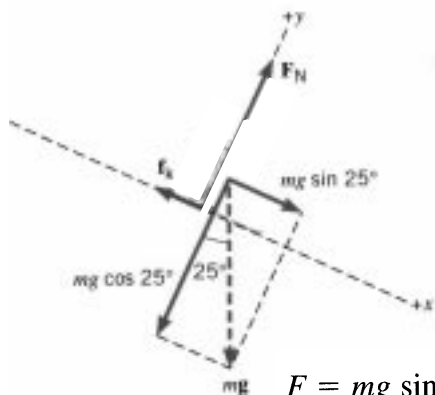
$$as = \frac{1}{2}(v_f^2 - v_0^2)$$

$$Fs = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Arbeit = kinetische Energie am Ende - kinetischer Energie am Anfang

Beispiel: Schifahrer

Ein Schifahrer mit 58 kg fährt auf einem Hang mit 25° Neigung. Die Gleitreibungskraft ist 70 N. Der Schifahrer startet mit einer Geschwindigkeit von 3.6 m/s. Wie hoch ist seine Geschwindigkeit nach 57 m ?



$$F = mg \sin 25^\circ - f_k = (58 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \sin 25^\circ - 70 \text{ N} = +170 \text{ N}$$

$$W = (F \cos \theta)s = [(170 \text{ N}) \cos 0^\circ](57 \text{ m}) = 9700 \text{ J}$$

$$(W = KE_f - KE_0)$$

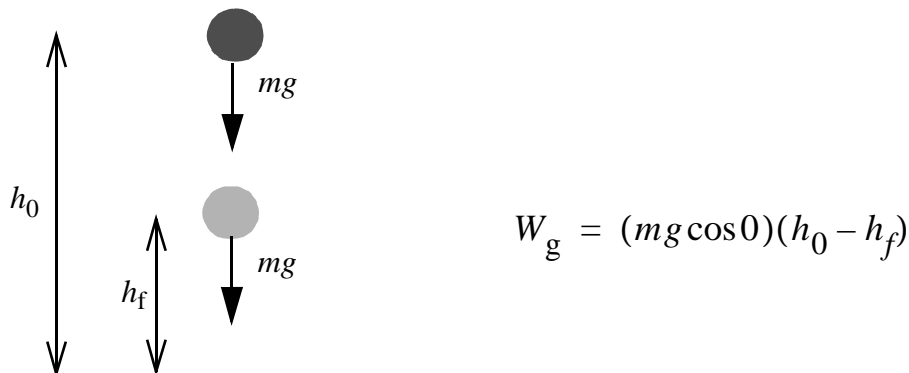
$$KE_f = W + KE_0 = 9700 \text{ J} + \frac{1}{2}(58 \text{ kg})(3.6 \text{ m/s})^2 = 10\,100 \text{ J}$$

$$KE_f = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2(KE_f)}{m}} = \sqrt{\frac{2(10\,100 \text{ J})}{58 \text{ kg}}} = \boxed{19 \text{ m/s}}$$

Potentielle Energie

- Die Arbeit, die von der Gravitationskraft verrichtet wird heißt potentielle Energie.



- Die Arbeit, die von der Gravitationskraft verrichtet wird ist unabhängig vom Weg und hängt nur vom vertikalen Abstand ($h_0 - h_f$) ab.

Energieerhaltung

Konservative und nichtkonservative Kräfte

- Konservative Kräfte: Die von der Kraft verrichtete Arbeit ist vom Weg unabhängig und hängt nur vom Anfangs- und Endpunkt der Bewegung ab.
 - ⇒ Gravitation
 - ⇒ Elektrostatische Kraft
 - ⇒ Federkraft

oder: die von der Kraft auf einem geschlossenen Pfad verrichtete Arbeit ist null.

- nichtkonservative Kräfte: Die von der Kraft verrichtete Arbeit hängt vom Weg ab.
 - ⇒ Haft- und Gleitreibung
 - ⇒ Luftwiderstand
 - ⇒ Normalkräfte

⇒ Antriebskräfte (Rakete, Motor)

Arbeit und Energie

○ Arbeit = Änderung der kinetischen Energie

$$mg(h_0 - h_f) + W_{nc} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

potentielle
Energie
nichtkonservative
Kräfte

$$W_{nc} = \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + (mgh_f - mgh_0)$$

$$W_{nc} = \underbrace{(KE_f - KE_0)} + \underbrace{(PE_f - PE_0)}$$

Arbeit der nichtkonservativen Kräfte = Änderung in der kinetischen Energie + Änderung in der potentiellen Energie

Energieerhaltung

○ sind die nichtkonservativen Kräfte null, bleibt die Summe aus kinetischer und potentieller Energie erhalten.

$$\begin{aligned} W_{nc} &= (KE_f - KE_0) + (PE_f - PE_0) \\ &= \underbrace{(KE_f + PE_f)}_{E_f} - \underbrace{(KE_0 + PE_0)}_{E_0} \end{aligned}$$

$$W_{nc} = E_f - E_0$$

Beispiel

Ein Wagen einer Hochschaubahn durchfährt eine Höhendifferenz von 59.4 m. Wie hoch ist die Endgeschwindigkeit des Wagens, wenn die seine Geschwindigkeit am höchsten Punkt null war ?

○ Energieerhaltung

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f}_{E_f} = \underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0}_{E_0}$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2g(h_0 - h_f)}$$

$$v_f = \sqrt{2(9.80\text{m/s}^2)(59.4\text{ m})} = 34.1\text{m/s}$$

(123 km/h)