

**Temperatur
Wärme
Thermodynamik**

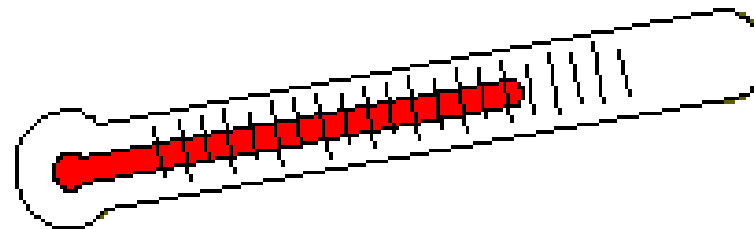
Stoffwiederholung und Übungsaufgaben	2
Lösungen	33

Einführung: Temperatur und Wärme

Alle Körper haben eine *innere Energie*, denn sie sind aus komplizierten molekularen Strukturen aufgebaut, die auf verschiedene Weise Energie speichern können.

- potentielle Energie aufgrund der Kräfte
- Rotation, Vibration der Moleküle
- Zufällige Translationsbewegung (Gas)

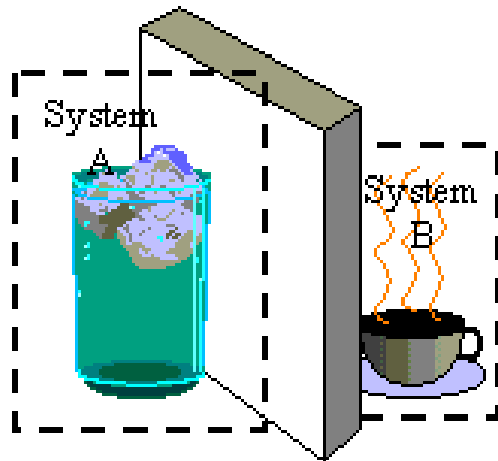
Die *Temperatur* ist ein Maß für die mittlere Energie



Wärme fließt ohne weiteres Zutun von einem warmen Körper zu einem mit ihm verbundenen kalten.

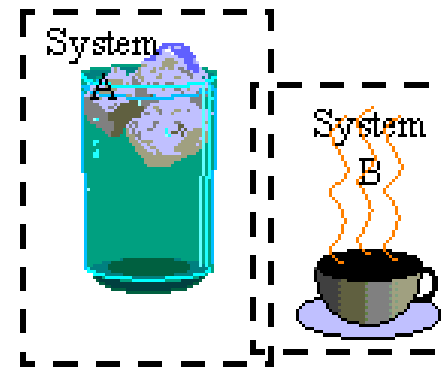
Thermisches Gleichgewicht - Temperatur

- Das System A und das System B sind *isoliert*.



Beide Systeme behalten ihre eigene Temperatur.

- Das System A und das System B sind in *kontakt* und erreichen nach einer gewissen Zeit



*dieselbe
Temperatur.*

Das System A ist *im Gleichgewicht* mit dem System B.

Thermometer

beruhen auf einer *meßbaren physikalische Größe*, die sich mit der Temperatur ändert.

Arbeitssubstanz	physikalische Größe
Gas	Druck
Metalle	Elektrischer Widerstand
Thermo-Element	Kontaktspannung
Quecksilber	Volumen

Celsius

0°C Schmelzpunkt des Wassers

100°C Siedepunkt des Wassers

$$T_C = (5/9)(T_F - 32)$$

Fahrenheit

32°F

212°F

$$T_F = (9/5) T_C + 32$$

Ideales Gas

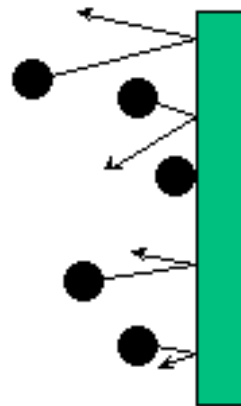
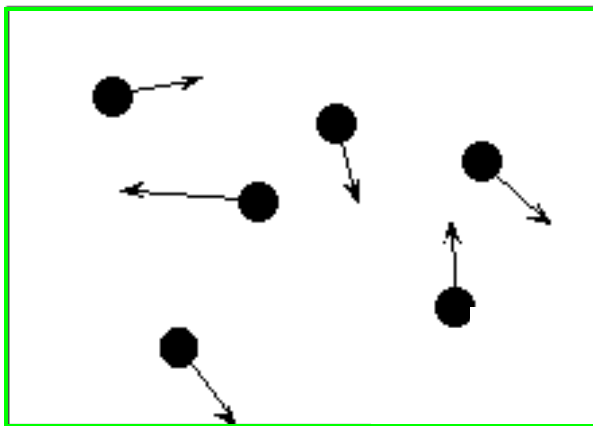
Gase bestehen aus einer Vielzahl von Molekülen, die sich frei und unabhängig voneinander bewegen

Ideales Gas

Wechselwirkung der Moleküle nur durch Kollisionen, andere Formen der Wechselwirkung werden vernachlässigt.

Stöße untereinander

und mit der Wand



$$\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$$

$\text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$ Newton Meter^2

ideales Gasgesetz

das Produkt aus *Druck mal Volumen* ist *proportional zur Temperatur*.

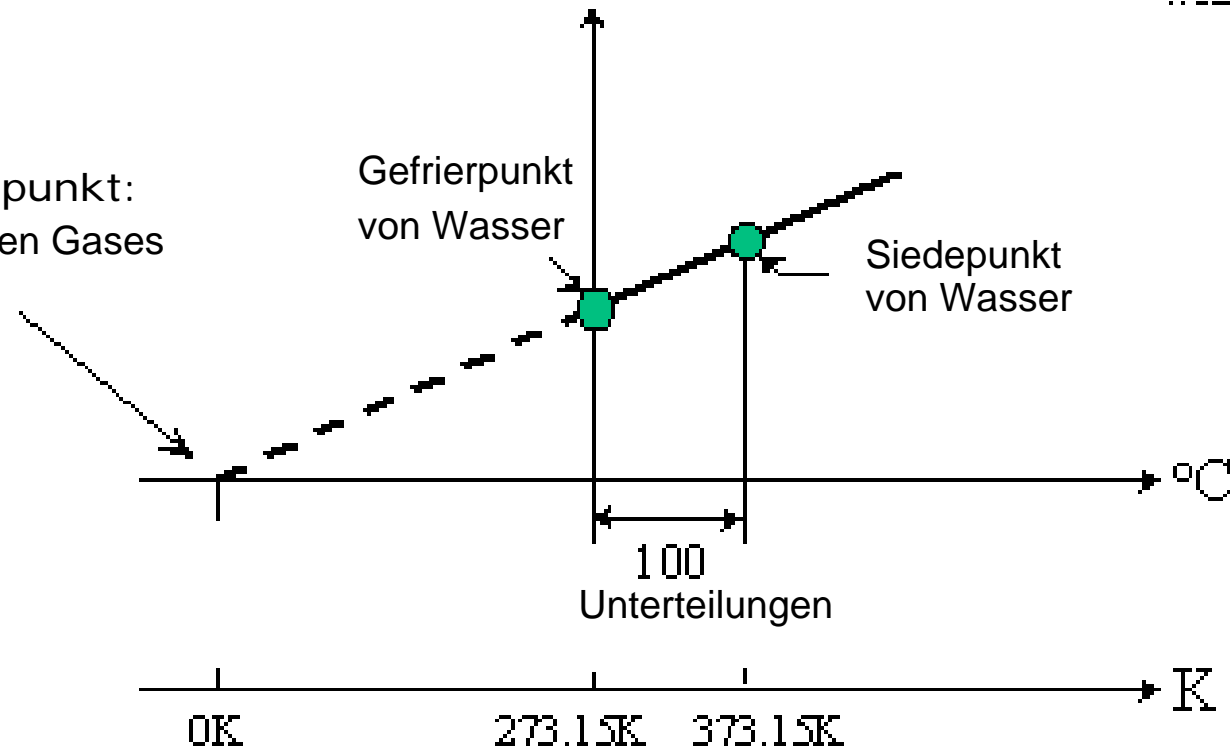
$$p V = N k T$$

Teilchenzahl

Boltzmannkonstante $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Kelvin-Skala

Absoluter Nullpunkt:
Druck eines idealen Gases
ist null.

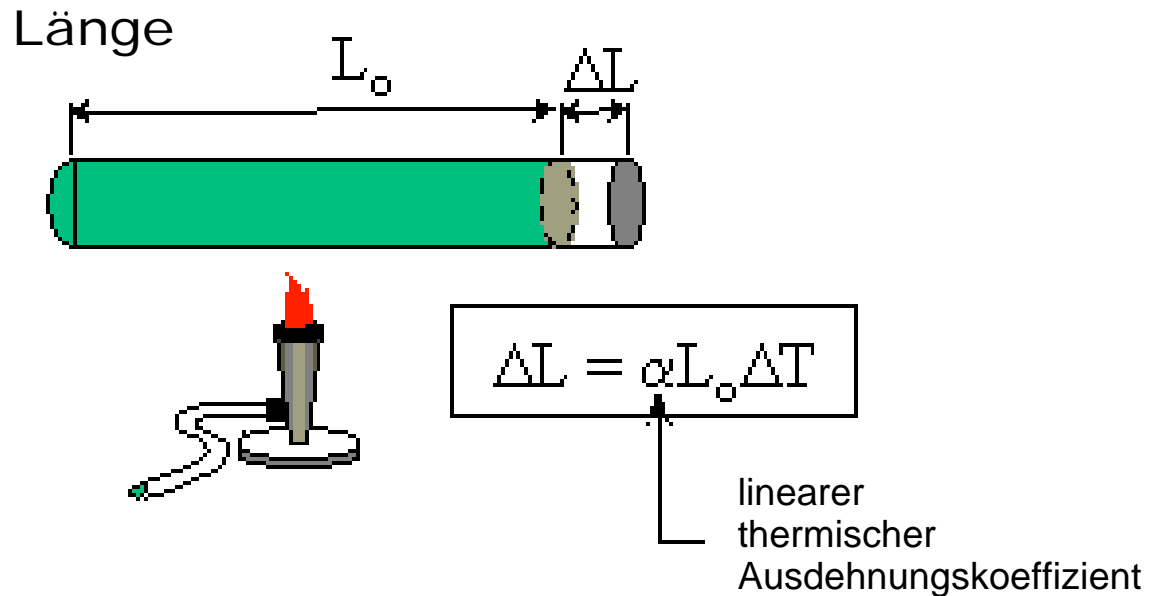


Thermische Ausdehnung

Ausdehnung in einer Dimension, *lineare Ausdehnung*

$$\Delta L / L_0 = \alpha \Delta T,$$

wobei α der *thermische Ausdehnungskoeffizient* ist.



Ausdehnungskoeffizient, α

Die relative Ausdehnung ist dimensionslos.

α hat die **Einheit** inverse $^{\circ}\text{C}$ oder $^{\circ}\text{C}^{-1}$ bzw. inverse K oder K^{-1} .

Da bei der thermischen Ausdehnung nur Temperaturdifferenzen eine Rolle spielen, sind die beiden Temperaturskalen hier äquivalent.

Typische Werte des Ausdehnungskoeffizienten

Metalle

zwischen 10^{-6} und 10^{-5} K^{-1} .

Flüssigkeiten

sind sie etwa um den Faktor 10 größer.

Beispiel: Eisenbahnschienen

Frage:

Angenommen, die Deutsche Bundesbahn hätte beim Ausbau der 290 km langen ICE-Strecke zwischen Berlin und Hamburg einen zusammenhängenden Strang Stahl für die Gleise verwendet. Um welche Länge würde sich das Gleis zwischen dem kältesten Wintertag (-20 °C) und dem wärmsten Sommertag (34 °C) ausdehnen? Der lineare Ausdehnungskoeffizient von Stahl ist $\alpha_{\text{Stahl}} = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.



Volumenausdehnung

Würfel der Seitenlänge L_0 .

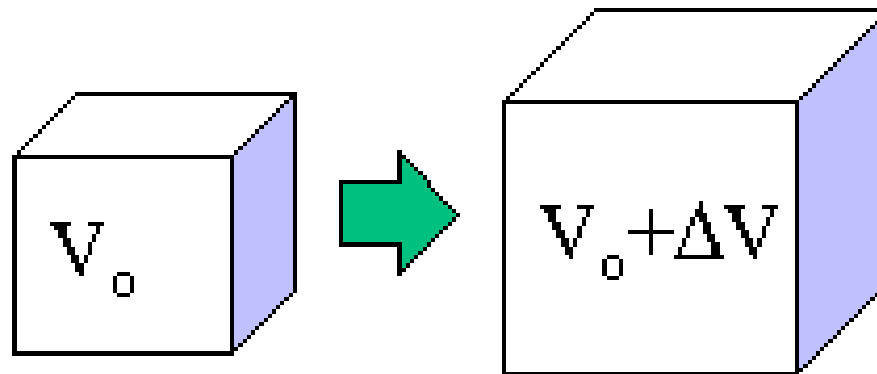
Das Volumen V nach der thermischen Ausdehnung ist dann

$$V = L^3 = L_0^3(1 + \alpha\Delta T)^3 = V_0(1 + 3\alpha\Delta T + \dots),$$
$$\Delta V / V = (V - V_0) / V_0 = 3\alpha\Delta T = \gamma\Delta T$$

mit dem **Volumenausdehnungskoeffizienten**

$$\gamma = 3\alpha.$$

Volumen



$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$$

Volumenausdehnungskoeffizient = 3α

Beispiel: Benzinkanister im Sommer

Frage:

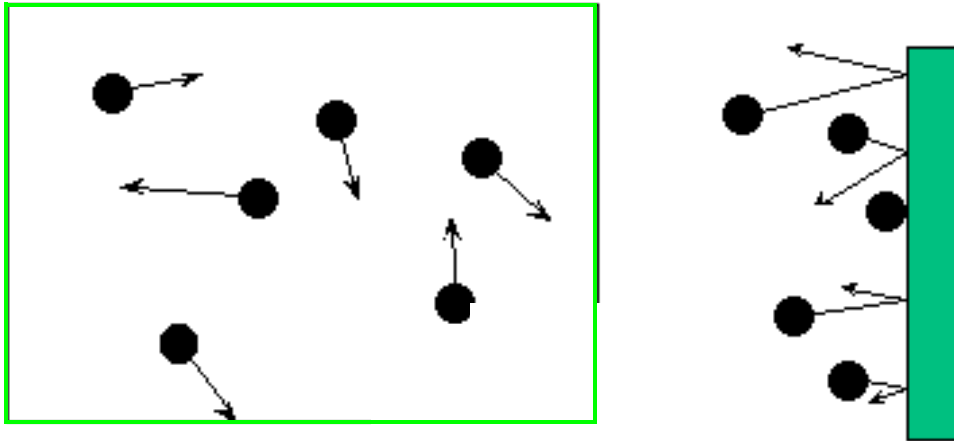
Ein rechteckiger Benzinkanister hat eine Grundfläche von 15,8 cm mal 11,9 cm. Er enthält 1,30 Liter Benzin. Um wie viele Millimeter steigt der Benzinspiegel an, wenn die Temperatur um 34,0 °C steigt?

Der Koeffizient der Volumenausdehnung von Benzin ist $9,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.
Vernachlässigen Sie die Ausdehnung des Kanisters.

Die Gasgesetze

Ideales Gas

Die Wechselwirkung der Moleküle untereinander wird bis auf den unmittelbaren Kontakt bei *Kollisionen* vernachlässigt.



Beziehung zwischen den Variablen *Druck*, *Volumen* und *Temperatur*.

Alle tatsächlich vorkommenden *realen Gase* verhalten sich bei hohen Temperaturen und geringen Dichten wie ideale Gase.

Ideales Gasgesetz:

$$p V = N k T .$$

oder

$$(p_1 V_1) / T_1 = (p_2 V_2) / T_2 .$$

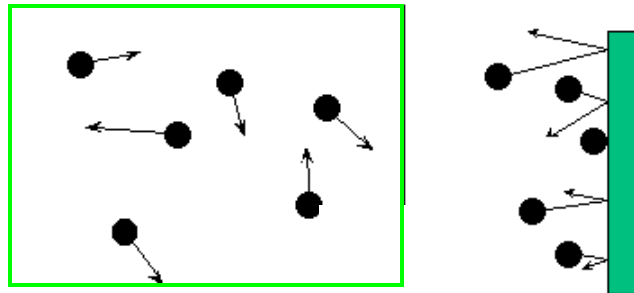
Dabei ist N die Anzahl der Gasmoleküle im Volumen V , also die Teilchenzahl, und k ist die sogenannte ***Boltzmann-Konstante***:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} .$$

Diese Beziehung ist hervorragend für alle Gase mit geringer Dichte erfüllt, und gut für viele Gase mit normaler Dichte.

Kinetische Gastheorie

In der *kinetischen Gastheorie* geht man von der Vorstellung aus, daß ein Gas aus einer großen Anzahl von Molekülen besteht, die sich zufällig und unabhängig voneinander ("unkorreliert") bewegen und die aneinander und an der Wand des Gefäßes abprallen.



Druck

resultiert aus dem Abprallen der Moleküle von der Wand

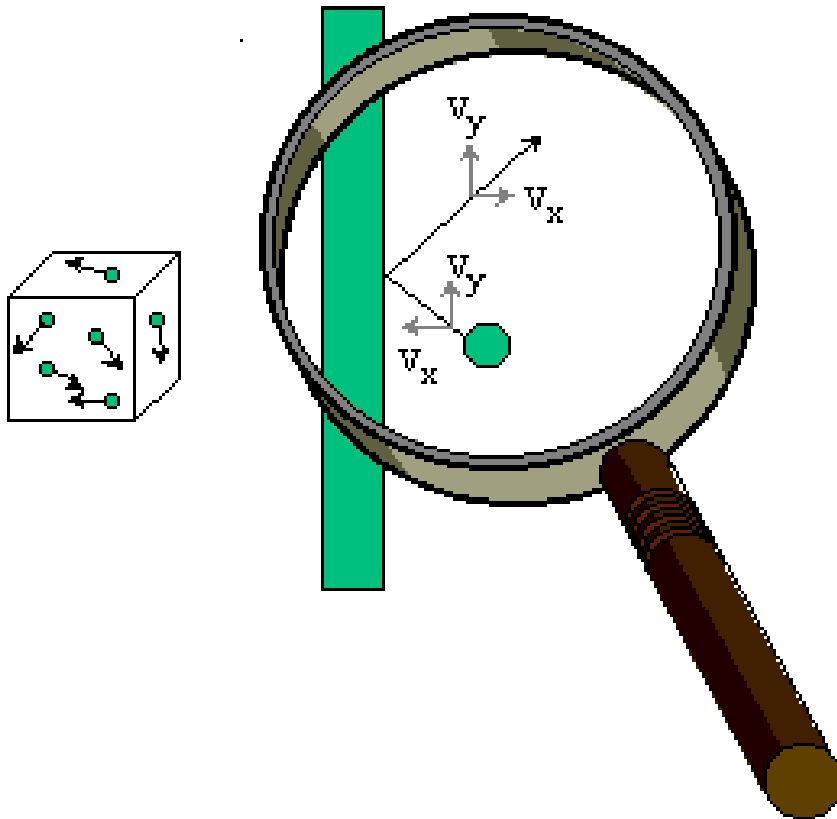
Temperatur

Maß für die mittlere kinetische Energie der Moleküle.

Temperatur und mittlere kinetische Energie

$$(3/2) k T = (1/2) m \langle v^2 \rangle = \langle E_{\text{kin}} \rangle$$

Betrachten wir **N Moleküle** eines idealen Gases in einem Behälter mit dem **Volumen V** bei der absoluten **Temperatur T** .



Stoß mit der Wand

- die y-Komponente der Geschwindigkeit bleibt unverändert.
- die x-Komponente der Geschwindigkeit ändert das Vorzeichen. Der Betrag bleibt erhalten.

Beispiel: Geschwindigkeit von Gasatomen

Frage:

Ein Gasgemisch enthält NO_2 -Moleküle bei einer Temperatur von $25,0\text{ }^\circ\text{C}$.

Wie hoch ist die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle in m/s ?

Die Masse eines NO_2 -Moleküls ist $1,53 \cdot 10^{-26}$ kg.

Wärme - Einheiten

Wir werden zur Bezeichnung der Wärme das Symbol Q verwenden. Wärme ist eine Form von Energie. Wärmeaustausch zwischen zwei Körpern ist immer ein Energietransport zwischen den Körpern.

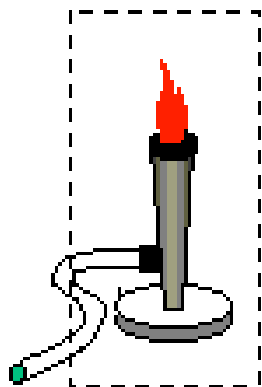
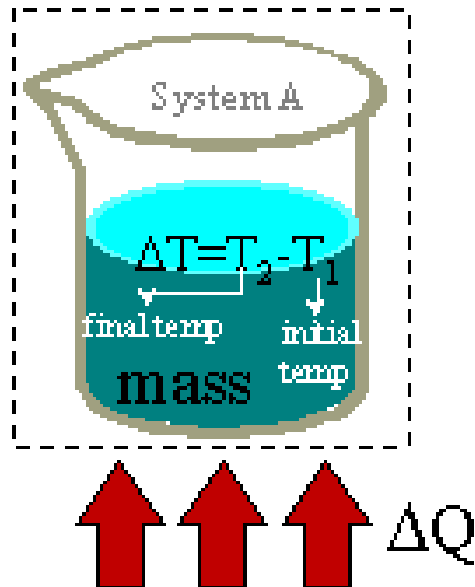
Die SI-Einheit der Wärme ist daher die Einheit der Energie, also das *Joule* (J).

Leider werden häufig auch andere Einheiten zur Messung der Wärme verwendet:

Die *Kalorie* (cal) ist die Menge an Wärme, die erforderlich ist, um 1 g Wasser um 1 °C zu erhitzen (von 14,5 °C auf 15,5 °C).

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J} .$$

Spezifische Wärmekapazität



Wieviel Energie wird benötigt, um eine bestimmte Menge einer Substanz um eine bestimmte Temperatur zu erwärmen?

Die Wärmemenge Q , die für eine Temperaturänderung $\Delta T = T_E - T_A$ erforderlich ist, definiert die *spezifische Wärmekapazität* c einer Substanz:

$$Q = c m \Delta T = c m (T_E - T_A) .$$

Dabei bezeichnet m die Masse der Substanz in kg, sowie T_E und T_A die End- bzw. Anfangstemperatur in K (oder $^{\circ}\text{C}$, es kommt nur auf Temperaturdifferenzen an)

Beispiel: Kaffeekochen

Frage:

Ein Tauchsieder mit der Leistungsaufnahme $P = 1100$ Watt wird verwendet, um Kaffeewasser zu erhitzen.

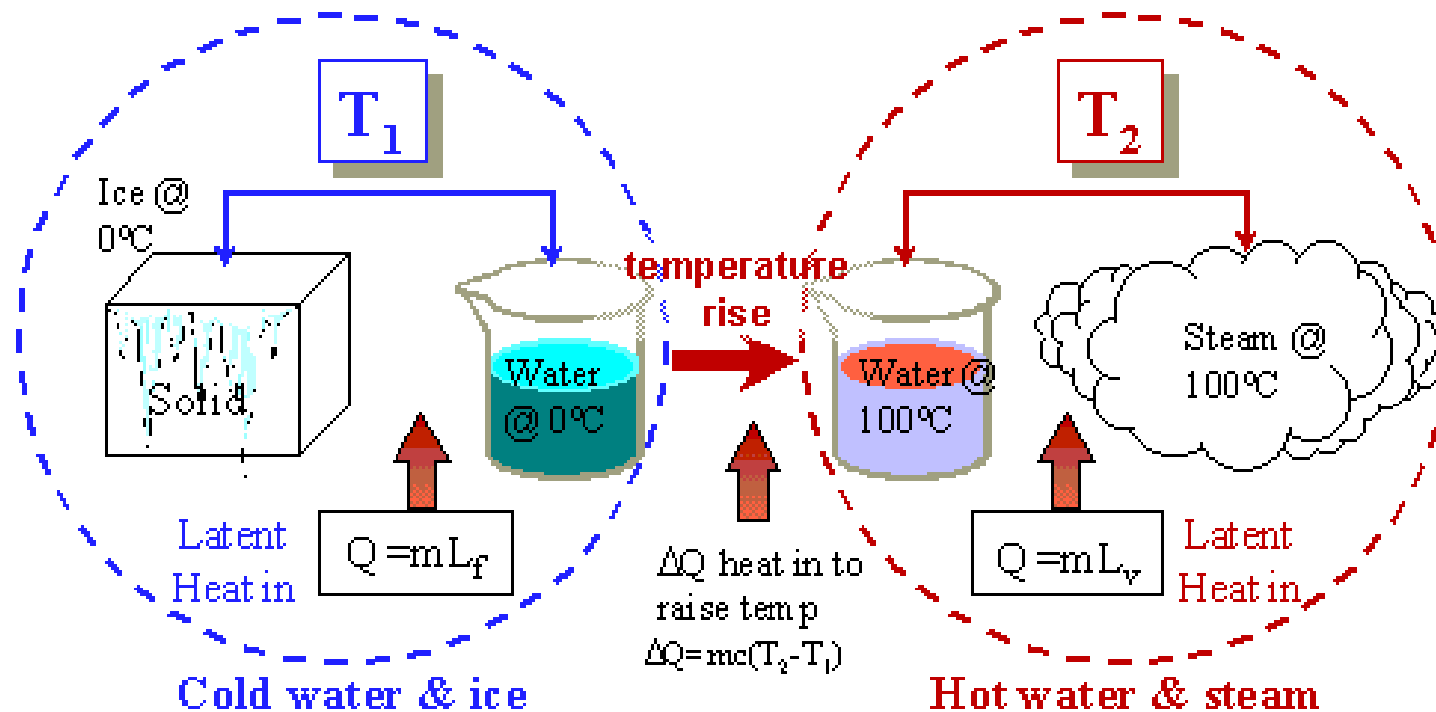
Wie viele Minuten sollte es dauern, um $V = 0,500$ l Wasser von Raumtemperatur (20 °C) auf $T = 92$ °C zu erhitzen?

Phasenübergänge und latente Wärme

Die mit Phasenübergängen verbundene Wärme heißt "latente Wärme" oder Umwandlungswärme.

Der Energietransfer für den Phasenübergang

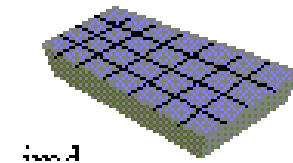
$$Q = mL,$$



Beispiel: Eiswürfel

Frage:

Es sollen Eiswürfel in einem Stahlgefäß gemacht werden. Das Gefäß ist mit einem Liter Wasser gefüllt. Gefäß und Wasser haben eine Ausgangstemperatur von 20°C . Das Gefrierfach des Kühlschranks hat eine Temperatur von -5°C .



Der Kühlschrank kann Wärme mit einer Rate 100 W abführen.

Wielange dauert es bis das gesamte Wasser gefroren ist und das Eis eine Temperatur von -5°C erreicht hat?

$$L_f = 333\text{ J/g}, c_{\text{Eis}} = 2.3\text{ J/(gK)}, c_{\text{Stahl}} = 450\text{ J/(kgK)}$$

1. Hauptsatz der Thermodynamik

Energieerhaltung

In einem System, das mit der Umgebung Energie durch Arbeit W oder Wärme Q austauscht, gilt für die **innere Energie U** :

$$\Delta U = Q + W$$

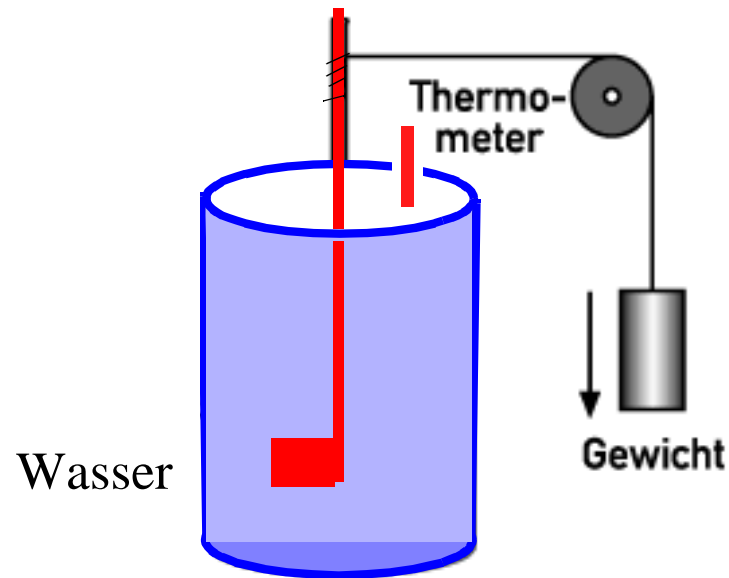
Zuwachs der inneren Energie zugeführte Wärme Arbeit ($W > 0$) die am System verrichtet wird

In einem System, das mit der Umgebung weder mechanische Energie noch Wärme austauscht, ist die innere Energie U eine Erhaltungsgröße.

Vorzeichenkonvention:

- $Q > 0$ dem System wird Wärme zugeführt;
- $Q < 0$ das System gibt Wärme ab
- $W < 0$ das System verrichtet Arbeit
- $W > 0$ am System wird Arbeit verrichtet

Mechanisches Wärmeäquivalent



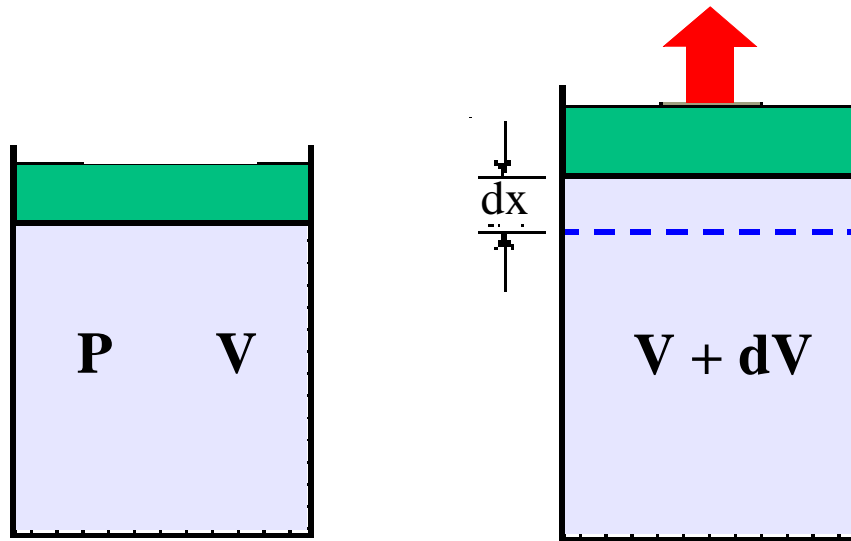
James Joule, 1840

Einheit für die Wärme (entspricht einer Arbeit): 1 **Joule (J)**.

Die **Kalorie (cal)** ist die Menge an Wärme, die erforderlich ist, um 1 g Wasser um 1 °C zu erhitzen (von 14,5 °C auf 15,5 °C).

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}.$$

Volumenänderung und Arbeit

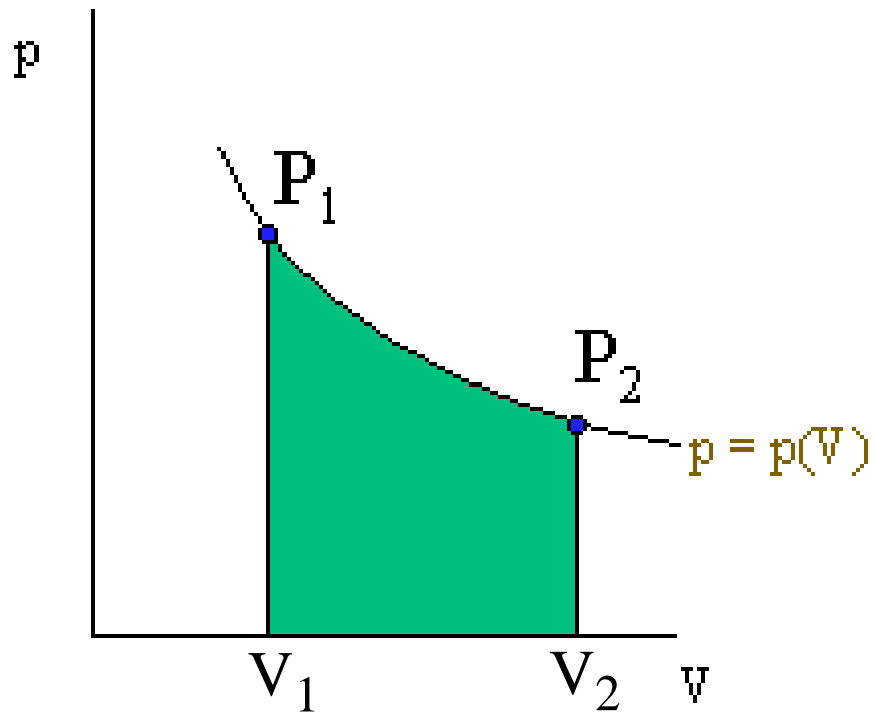


Arbeit, die ein Gas bei einer
Expansion verrichtet

$$dW = - \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} = - p A dx = - p dV$$

 Kraft pro Fläche

pV - Diagramm

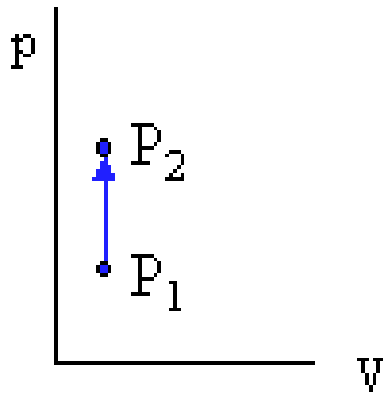


Druck ist Funktion
des Volumens

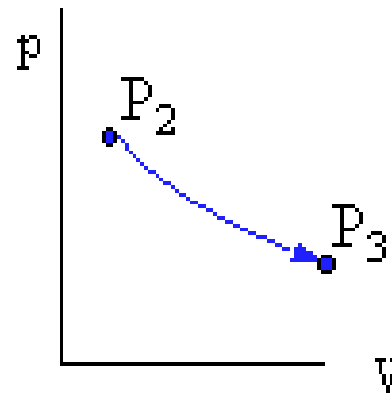
$$\text{Arbeit} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

Prozesse im pV - Diagramm

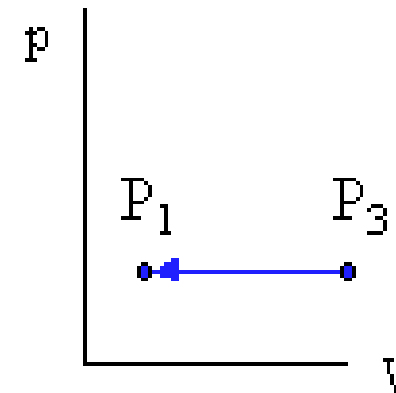
konstantes Volumen



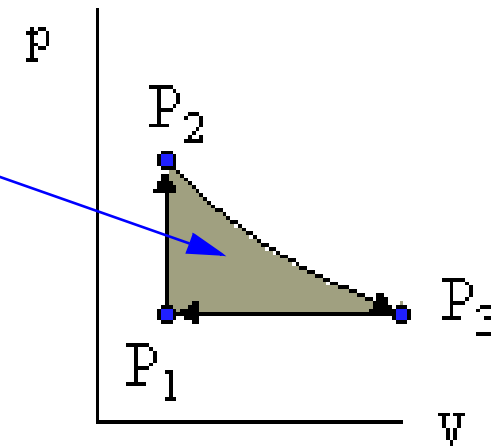
isotherme Expansion
(konstante Temperatur)



Kompression
bei konstantem Druck



eingeschlossene Fläche
= vom System verrichtete Arbeit

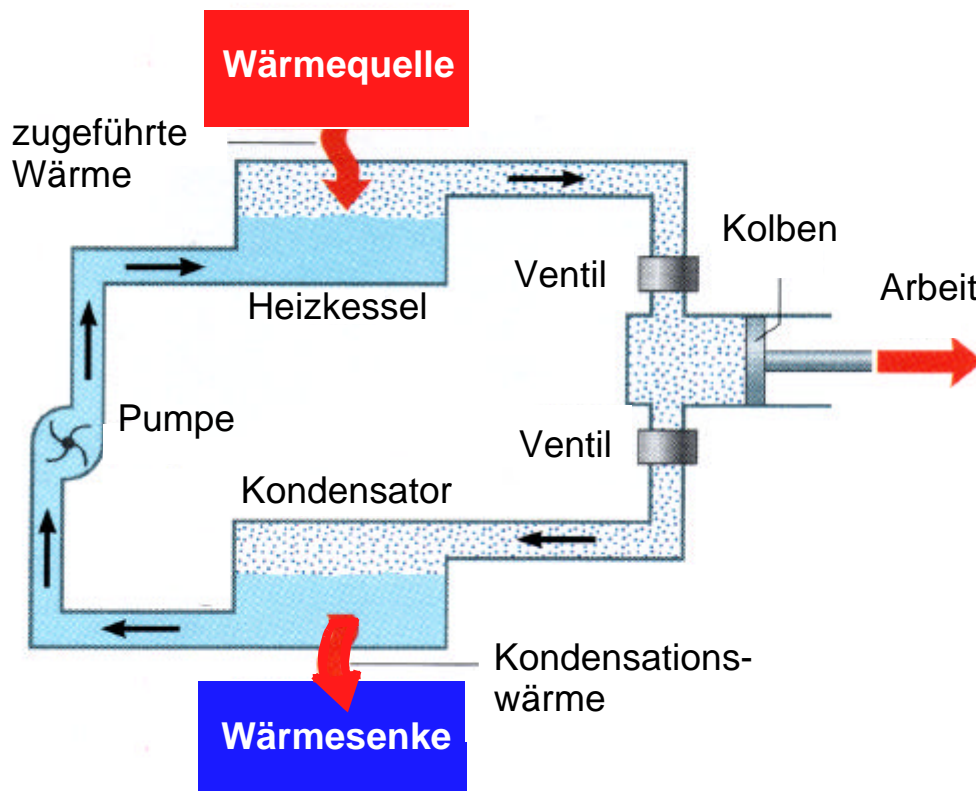


Thermodynamische Maschinen

arbeiten in **Zyklen**:

innere Zustand der Maschine am Ende eines Zyklus = innere Zustand am Anfang

Beispiel: Dampfmaschine

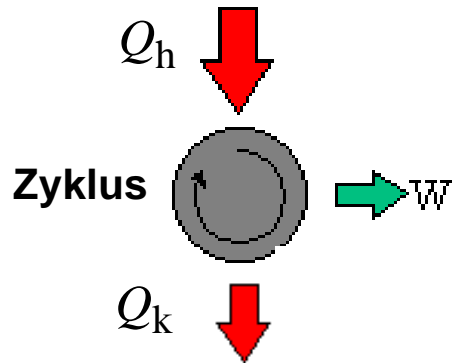


Änderung der inneren Energie einer Maschine während eines vollständigen Zyklus ist null.

Mit $\Delta U = 0$ folgt aus dem **ersten Hauptsatz**

$$Q = -W.$$

Wärmequelle @ T_h



Wärmesenke @ T_k

Kontakt mit zwei Wärmereservoirs:

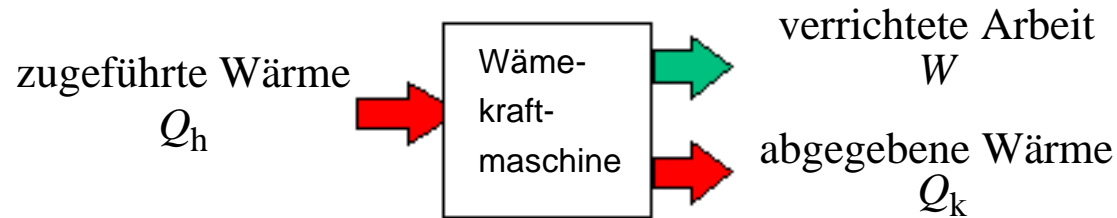
- hohe Temperatur T_h (Verbrennungsraum)
Maschine nimmt Wärme Q_h auf
- niedrigere Temperatur T_k (Umgebung)
Maschine gibt Wärme $-Q_k$ ab

Energieerhaltung:

$$|Q_h| = |W| + |Q_k| \text{ oder}$$

$$|W| = |Q_h| - |Q_k|$$

Die Maschine gibt dann Arbeit nach außen ab, wenn der Betrag der zugeführten Wärme $|Q_h|$ größer ist als der Betrag der abgegebenen Wärme $|Q_k|$.



Wirkungsgrad η

Verhältnis von abgegebener mechanischer Arbeit zur dafür verwendeten Wärme:

$$\eta = |W| / |Q_h| = (|Q_h| - |Q_k|) / |Q_h| = 1 - |Q_k| / |Q_h| .$$

Eine *ideale Maschine* würde keine Wärme abgeben und hätte damit einen Wirkungsgrad von 1.

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik besagt, daß dies unmöglich ist:

- Es ist nicht möglich, Wärme vollständig in Arbeit umzuwandeln, ohne daß andere Änderungen stattfinden. Es gibt daher keine idealen Maschinen.

Beispiel: Dieselmotor

Frage:

Ein Motor nimmt in einer Minute 12000 kJ durch Verbrennung des Treibstoffs auf und gibt 10800 kJ an das Kühlwasser ab.

Wie groß ist die Arbeit die in einer Minute verrichtet wird ?

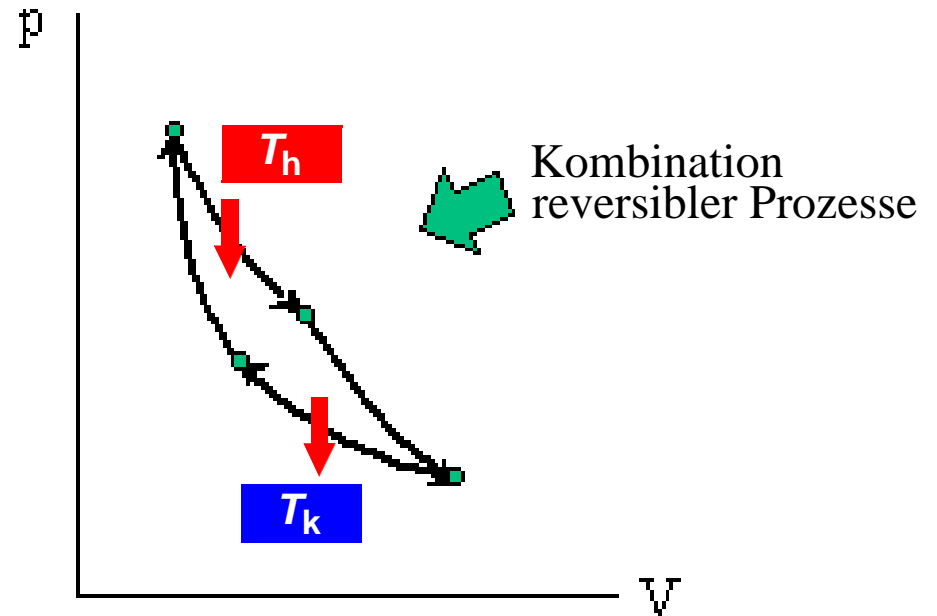
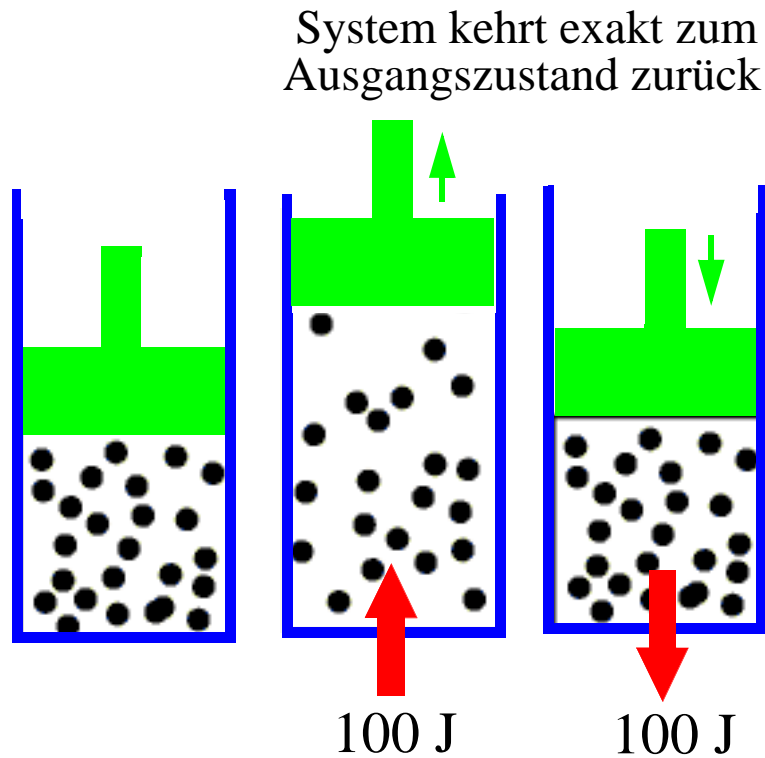
Wie groß ist der Wirkungsgrad des Motors in Prozent ?

Wie groß ist abgegebene Leistung ?

Carnotscher Kreisprozeß

Reversible Teilprozesse

maximal möglicher Wirkungsgrad
unabhängig vom Arbeitsmedium



$$|Q_k|/|Q_h| = T_k/T_c, \quad \text{Wirkungsgrad} = 1 - T_k/T_h$$

Beispiel: Wirkungsgrad

Frage:

Eine Wärmekraftmaschine arbeitet mit einer Temperatur der Wärmequelle von 1000 K und einer Temperatur der Wärmesenke von 300 K.

Sie wollen den Wirkungsgrad erhöhen, indem Sie entweder die Temperatur der Wärmequelle oder der Wärmesenke um 100°C ändern.

Ist es effektiver die Temperatur der Wärmequelle auf 1100 K zu erhöhen, oder die Temperatur der Wärmesenke auf 200 K zu erniedrigen?

Beispiel: Eisenbahnschienen

Lösung

Wir verwenden unsere Formel für die lineare Ausdehnung. Die Temperaturdifferenz ist $\Delta T = 54 \text{ K}$, so daß

$$\Delta L = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 290\,000 \text{ m} \cdot 54 \text{ K} = 190 \text{ m} .$$

Beispiel: Benzinkanister im Sommer

Lösung

Die Volumenänderung bei einer Temperaturdifferenz T bei einem Koeffizienten der Volumenausdehnung ist

$$\Delta V = \gamma \Delta T V .$$

Wenn Sie dabei das Ausgangsvolumen V in der Einheit Liter einsetzen, erhalten Sie auch die Volumenänderung in der Einheit Liter.

Der Benzinkannister mit der Breite $b' = b / (10 \text{ cm/dm})$ und der Länge $l' = l / (10 \text{ cm/dm})$ hat eine Grundfläche von

$$A = l' b' .$$

(in der Einheit dm^2). Die Volumenänderung ΔV aufgrund der thermischen Ausdehnung bewirkt daher einen Anstieg des Benzinspiegels um

$$\Delta h = \Delta V / A.$$

Wenn Sie die Volumenänderung in der Einheit $l = \text{dm}^3$ und die Grundfläche in der Einheit dm^2 verwenden, erhalten Sie die Höhendifferenz in der Einheit Dezimeter. Zur Umrechnung in Millimeter müssen sie dann mit dem Faktor 100 multiplizieren. Das Ergebnis lautet

$$h = 2,23 \text{ mm} .$$

Beispiel: Geschwindigkeit von Gasatomen

Lösung:

Die mittlere kinetische Energie eines NO₂-Moleküls beträgt bei der Temperatur T in Kelvin gemäß der kinetischen Gastheorie

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = (1/2) m_{\text{Molekül}} \langle v^2 \rangle = (3/2) k T ,$$

wobei $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K die Boltzmann-Konstante bezeichnet. Aufgelöst nach der mittleren quadratischen Geschwindigkeit ist dann

$$\langle v^2 \rangle = 3 k (t + 273 \text{ K}) / m_{\text{Molekül}} ,$$

wobei t die Temperatur in Grad Celsius ist. Die mittlere Geschwindigkeit v_{av} der Moleküle beträgt folglich

$$v_{av} = (3 k (t + 273 \text{ K}) / m_{\text{Molekül}})^{1/2} .$$

Das Ergebnis lautet

$$v_{av} = 898 \text{ m/s} .$$

Beispiel: Kaffeekochen

Lösung:

Zum Erhitzen des Wassers ist die Wärme

$$Q = V \rho_{\text{Wasser}} c_{\text{Wasser}} (T - T_0)$$

erforderlich, wobei V das Volumen, ρ_{Wasser} bzw. c_{Wasser} Dichte und spezifischen Wärme des Wasser sowie T_0 bzw. T Anfangs- bzw. Endtemperatur bezeichnen. Diese Wärme wird in der gesuchten Zeit t durch den Tauchsieder mit der Leistung P aufgebracht:

$$Q = P t .$$

Also ist

$$t = V \rho_{\text{Wasser}} c_{\text{Wasser}} (T - T_0) / P .$$

Das Ergebnis lautet

$$t = 2.28 \text{ min} .$$

Leistung = Energie / Zeit

$$430\,470 \text{ J} / t = 100 \text{ W}$$

$$t = 430\,470 \text{ J} / (100 \text{ J/s}) = 4\,304 \text{ s} = 1.2 \text{ Stunden}$$

Beispiel: Dieselmotor

Lösung:

Energieerhaltung: $|W| = |Q_h| - |Q_k|$

Arbeit

$$|W| = 12\,000 \text{ kJ} - 10\,800 \text{ kJ} = 1\,200 \text{ kJ}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = |W| / |Q_h| = 1200 \text{ kJ} / 12000 \text{ kJ} = 0.1 \\ \times 100 = 10 \%$$

Leistung

$$P = 1200 \text{ kJ} / 60 \text{ s} = 20 \text{ kW}$$

Beispiel: Wirkungsgrad

Lösung:

Wirkungsgrad: $\eta = 1 - T_k/T_h$

$T_h = 1000 \text{ K}, T_k = 300 \text{ K}$ $\eta = 0.7$

$T_h = 1100 \text{ K}, T_k = 300 \text{ K}$ $\eta = 0.727$

$T_h = 1000 \text{ K}, T_k = 200 \text{ K}$ $\eta = 0.8$